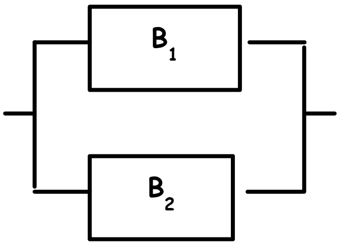
ANNEXE 2: REDONDANCE ET TESTS

1 - Redondance active

Habituellement on considère que dans un circuit redondant les branches en parallèle B1, B2, . ., Bn sont en état de bon fonctionnement lorsqu'elles sont sollicitées.



Prob déf. syst. = Prob déf. (B1) **ET** Prob déf. (B2) **ET**. . Prob déf. (Bn)

$F_{syst.} = F_{B1} \times F_{B2} \times \ldots \times F_{Bn}$

→ $R_{sys}(t) = 1 - F_{syst.} = 1 - [(1 - R_{B1}) \times (1 - R_{B2}) \times (1 - R_{B3}) \times \ldots]$

R_{syst} exprime la fiabilité du système totalement redondant; c'est la probabilité que tous les circuits ne soient pas défaillants.

Pour adopter l'hypothèse que les branches (ou canaux) de secours sont en **bon état de fonctionnement** il est nécessaire de réaliser une "maintenance systématique" qui consiste à **tester** le bon fonctionnement des canaux non utilisés.

Remarque: Si B1 et B2 durant leur vie utile $R_{syst}(t) = e^{-\lambda 1.t} + e^{-\lambda 2.t} - e^{-(\lambda 1+\lambda 2).t}$

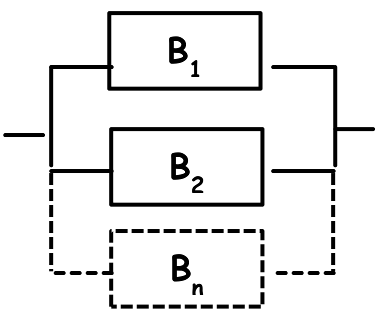
Si $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ → $R_{syst}(t) = 2.e^{-\lambda.t} - e^{-2.\lambda.t}$

Par définition $\lambda(t) = -(dR/dt)/R(t)$ d'où:

$$\lambda syst.(t) = -\frac{dR/_{dt}}{R(t)} = \frac{2.\lambda.e^{-\lambda t} - 2.\lambda.e^{-2\lambda t}.}{2.\lambda.e^{-\lambda t} - \lambda.e^{-2\lambda t}.}$$

2- Redondance active totale sans réparation

Toutes les branches sont actives et le système fonctionne si au moins une branche fonctionne (toutes les branches peuvent tomber en panne sauf une – architecture MooN avec M=1).



Prob déf. syst. = Prob déf. (B1) **ET** Prob déf. (B2). . **ET**. . Prob déf. (Bn)

$F_{syst.} = F_{B1} \times F_{B2} \times \ldots \times F_{Bn}$

Si n circuits de loi exponentielle de même λ

$\text{Fsyst} = F^n$ −> $R\ syst = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^n$

En utilisant le développement du binôme de Newton

$$(1-b)^n = 1 - \frac{n}{1!}.b + \frac{n(n-1)}{2!}.b^2 - \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}.b^3$$

$$Rsyst = \frac{n}{1!}.e^{-\lambda t} - \frac{n(n-1)}{2!}.e^{-2\lambda t} + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}.e^{-3\lambda t} - \cdots + \cdots$$

$$\lambda syst\,(t) = -\frac{dR/dt}{R(t)} \quad et \quad Msyst = \int_0^t Rsyst(t).dt$$

Pour t variant de 0 à ∞ Msyst = MTBF et λ → 1 / M

<u>Pour n = 2</u> (architecture 1oo2)

$$R(syst) = 2e^{-\lambda.t} - e^{-2\lambda t}$$

$$\lambda syst(t) = -\frac{dR/dt}{R(t)} = \frac{2.\lambda.e^{-\lambda.t} - 2.\lambda.e^{-2\lambda.t}}{2.e^{-\lambda.t} - e^{-2\lambda.t}}$$

$$M = \int_0^\infty R(t).dt = \int_0^\infty 2e^{-\lambda t} - \int_0^\infty e^{-2\lambda t} = \frac{2}{\lambda}e^{-\lambda t} - \frac{1}{2\lambda}e^{-2\lambda t} = e^{-\lambda t}.\left(\frac{2}{\lambda} - \frac{1}{2\lambda}e^{-\lambda t}\right)$$

$$\text{pour } t = 0 \text{ –> } M_0 = 1 \times \left(\frac{2}{\lambda} - \frac{1}{2\lambda}\right) = \frac{3}{2\lambda} \text{ pour } t = \infty \text{ –> } M_\infty = 0 \text{ d'où } M(0 \text{ à } \infty) = \frac{3}{2\lambda}$$

2 circuits en parallèle	3 circuits en parallèle
$R(syst.) = 2e^{-\lambda.t} - e^{-2\lambda t}$	$R(syst.) = 3e^{-\lambda.t} - 3e^{-2\lambda t} + e^{-3\lambda.t}$
$\lambda(t) = \frac{2.\lambda.e^{-\lambda.t} - 2.\lambda.e^{-2\lambda.t}}{2.e^{-\lambda.t} - e^{-2\lambda.t}}$	$\lambda(t) = \frac{3\lambda.e^{-\lambda.t} - 6\lambda.e^{-2\lambda.t} + 3\lambda.e^{-3\lambda.t}}{3e^{-\lambda.t} - 3e^{-2\lambda t} + e^{-3\lambda.t}}$
MTBF = 3/2.λ	MTBF = 11 / 3.λ

Exemple pour 2 branches identiques de λ = 0.0015 en parallèle

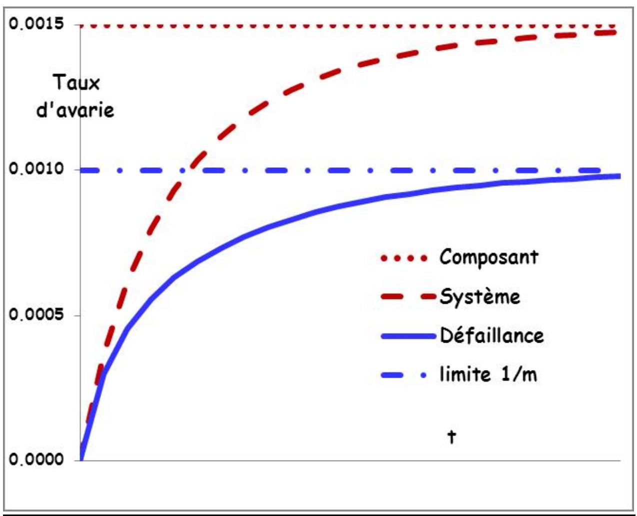


Figure 5

3 - <u>Contrôle et remplacement éventuel des composants à une fréquence To</u>

$$\lambda_{syst}(T_0) = \frac{1}{m(To)} = \lambda_d + \lambda_s = \frac{1}{m(To)} \times R(To) \quad et \quad \lambda_d = \frac{1}{m(To)} \times [1 - R(To)]$$

m(To) = moy. des temps de bon fonctionnement pour t = To

λ_d Taux de défaillance - λ_s Taux de contrôle systématique

$\mathrm{m(To)} = \int_0^{\mathrm{To}} \mathrm{R(t).dt} = \frac{2}{\lambda} \times e^{-\lambda.t} - \frac{1}{2.\lambda} \times e^{-2.\lambda.t}$

m(0) = 2/λ - 1/2λ = 3/2.λ et m(∞) → 0

d'où $\mathrm{m(To)} = \frac{3}{2\lambda} - \left[\frac{2}{\lambda} \times \mathrm{e}^{-\lambda.\mathrm{To}} - \frac{1}{2.\lambda} \times \mathrm{e}^{-2.\lambda.\mathrm{To}}\right]$

Taux moyen équivalent de défaillance

$$\lambda_d = \frac{1 - \mathrm{R(To)}}{\mathrm{m(To)}} = \frac{1 - \mathrm{e}^{-\lambda.\mathrm{To}}(2 - \mathrm{e}^{-\lambda.\mathrm{To}})}{\frac{3}{2\lambda} - \mathrm{e}^{-\lambda.\mathrm{To}}.\left(\frac{2}{\lambda} - \frac{\mathrm{e}^{-\lambda.\mathrm{To}}}{2\lambda}\right)}$$

pour t variant de 0 à ∞ → λ_{syst} tend vers limite 1/ m

Exemple pour test de périodicité 100 h

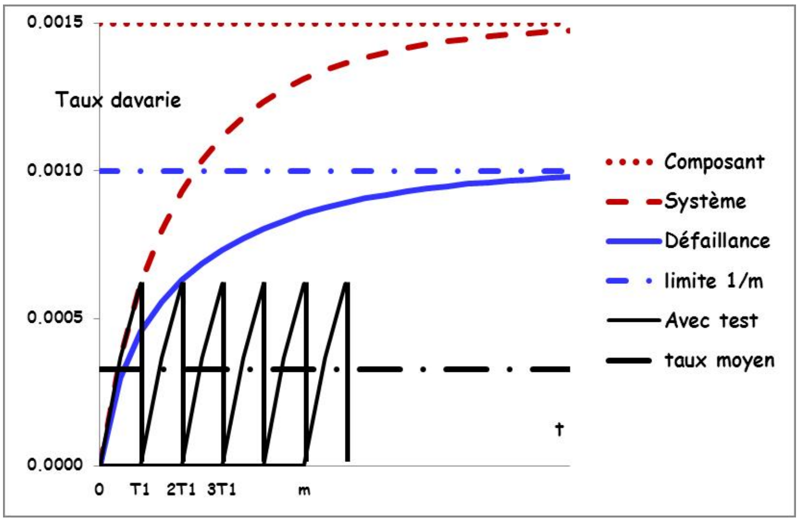


Figure 6